

автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования
«Региональный финансово-экономический институт»

Утверждаю
Председатель приемной комиссии, ректор РФЭИ
С.Л. Аксенов
«28» сентября 2017 г.



Программа вступительного испытания по дисциплине «Математика»

Направление подготовки 38.03.01 Экономика

Направление подготовки 38.03.02 Менеджмент

Направление подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика



Курск 2017

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Раздел I. АЛГЕБРА

Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

Целые, рациональные и действительные числа.

Дроби, проценты, рациональные числа.

Модуль числа. Степени с целым рациональным и действительным показателем, их свойства.

Корень степени $n > 1$, его свойства. Арифметический корень.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла.

Радианная мера угла.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числа. Основные тригонометрические тождества.

Логарифмы. Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени.

Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.

Преобразование выражений.

Раздел II. Уравнения и неравенства

Равносильность уравнений и неравенств.

Квадратные уравнения.

Тригонометрические уравнения.

Показательные уравнения.

Логарифмические уравнения.

Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными.

Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Метод интервалов.

Раздел III. Функции

Функция, ее область определения и область значений.

Исследование функций.

Возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Точки экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.

Основные элементарные функции.

Линейная функция, ее график

Квадратичная функция, степенная функция с натуральным показателем, их графики.

Показательная, логарифмическая функции, их графики.

Тригонометрические функции, их графики.

Раздел IV. Начала математического анализа

Понятие производной, ее геометрический и физический смысл.

Нахождение скорости процесса, заданного формулой или графиком.
Угловой коэффициент касательной к графику функций.
Производные основных элементарных функций.
Применение производных к исследованию функций и построению графиков

Раздел V. Элементы геометрии

Треугольник. Медиана, биссектриса, высота.
Квадрат, прямоугольник,
параллелограмм, ромб, трапеция.
Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр,
касательная, секущая.
Цилиндр, конус, шар, сфера. Величина угла. Длина отрезка, окружности и
дуги окружности.
Площадь многоугольника, круга и кругового сектора.
Площадь поверхности и объем цилиндра, конуса, шара.
Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на
плоскости и в пространстве.
Векторы.

Раздел VI. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Среднее арифметическое, размах, мода и медиана.
Генеральная и выборочная совокупности. Частота величины ряда и
относительная частота.
Элементы комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания.
Вероятность случайного события.

Методические рекомендации по выполнению письменных экзаменационных испытаний

Структура письменных экзаменационных испытаний. Письменный экзамен состоит из заданий в форме тестов, которые отражают обязательный минимум освоения математических знаний за курс среднего (полного) общего образования.

Особенности письменной экзаменационной работы. Тестовые задания включают базовую часть общеобразовательной программы по математике и предполагают проверку того, как человек научился выполнять алгоритмизированные действия и делать выводы.

При выполнении тестовых заданий необходимо представить краткое решение. Для экономии времени советуем пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Критерии оценки выполнения письменного экзаменационного задания. При решении тестовых заданий необходимо представить ответы с пояснениями. Правильный ответ при отсутствии текста решения не оценивается.

При выполнении задания экзаменуемый может использовать любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях из Федерального перечня учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации

Тест состоит из двадцати заданий, из которых десять заданий – открытого типа (запись ответа). И десять заданий, требующих выполнения решения и записи ответа. Правильный ответ в зависимости от сложности каждого задания оценивается от одного до десяти баллов. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Максимальное количество набранных баллов – 100. Время выполнения работы – 180 минут.

В программе представлен фрагмент демонстрационного варианта тестовых заданий.

Демонстрационный вариант тестовых заданий

1. Упростите выражение $a^{-0,2} \cdot 5a^{5,4} = \dots$
(2 балла)

2. Представьте в виде степени с основанием b выражение $\frac{\sqrt[6]{b^{35}}}{\sqrt[6]{b^5}} = \dots$
(2 балла)

3. Упростите $\cos 26^\circ \cdot \cos 34^\circ - \sin 26^\circ \cdot \sin 34^\circ = \dots$
(3 балла)

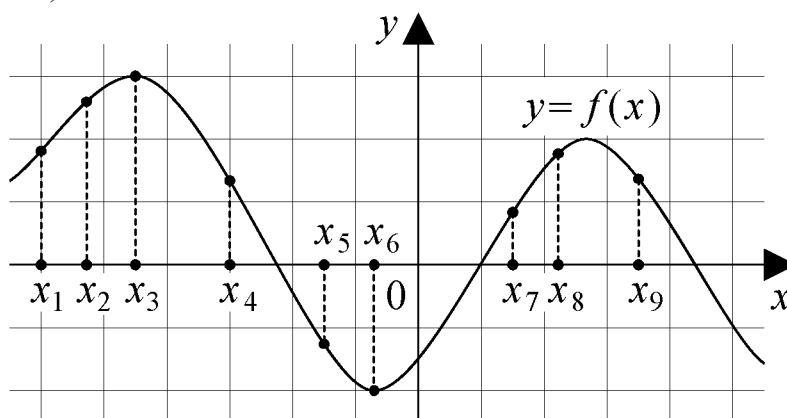
4. Решите уравнение $|x - 2| + x = 2$, $x = \dots$
(2 балла)

5. Решите неравенство $\frac{8-d}{(d+6)(d+1)} \geq 0$, $d \in \dots$
(5 баллов)

6. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.
(5 баллов)

7. Найдите множество значений функции $y = 2 \sin x + 5$, $y \in \dots$
(3 балла)

8. На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите n - количество найденных точек.
(5 баллов) $n =$



9. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в трех из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достается один

случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

(4 балла)

$P = \dots$

10. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^x \leq 9 \cdot 2^x + 22, \\ \log_3(x^2 - x - 2) \leq 1 + \log_3 \frac{x+1}{x-2}. \end{cases} \dots$$

(8 баллов)

11. Решите уравнение $(\sqrt{x+2})^2 - 2\sqrt{x+2} - 8 = 0, \quad x = \dots$

(8 баллов)

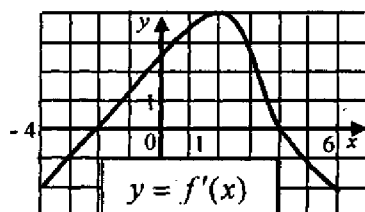
12. Найдите наибольшее значение функции $y = 2 \cos x + \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right].$ $y_{\text{наиб.}} =$

(8 баллов)

13. Найдите сумму всех корней уравнения $(2^{x^2-3} - 64) \cdot \sqrt[3]{5-4x} = 0.$

(8 баллов)

14. Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-4; 6)$. На рисунке изображен график её производной



Укажите точку максимума функции $y = f(x)$ на интервале $(-4; 6)$ $x = \dots$

(10 баллов)

15. Первоначальная цена товара на торгах повышалась несколько раз на одно и то же количество рублей. После четвертого повышения цена равнялась 1250 рублей, а после двадцать первого повышения она стала в два раза больше первоначальной цены, и торги закончились. Какова была предпоследняя цена.

(12 баллов)

16. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна $2\sqrt{15}$, а основания равны 5 и 8. Найдите диагональ трапеции.

(15 баллов)

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ АБИТУРИЕНТОВ

1. Тождественные преобразования выражений

1. Разложите на множители:

а) $a^2b^2(b-a)+b^2c^2(c-b)+a^2c^2(a-c)$;

б) $8a^3(b+c)-b^3(2a+c)-c^3(2a-b)$.

2. Упростите выражение:

а) $\frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} + \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$;

б) $\frac{m+n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} \cdot \left(\frac{m+n}{\sqrt{mn}} + \frac{n}{m-\sqrt{mn}} - \frac{m}{\sqrt{mn}+n} \right)$;

в) $\frac{\frac{a}{8b^3} + \frac{1}{4b^2}}{a^2+2ab+2b^2} - \frac{\frac{a}{8b^3} - \frac{1}{4b^2}}{a^2-2ab+2b^2} - \frac{1}{4b^2(a^2+2b^2)} + \frac{1}{4b^2(a^2-2b^2)}$;

г) $\left(\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{ab}}{1-\sqrt{ab}} + \frac{1-\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}} \right) \cdot \frac{\sqrt[4]{ab}}{1+\sqrt[4]{a^3b^3}} - \frac{1-\sqrt[4]{ab}-\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}$;

д) $(\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$;

е) $\frac{1 - \log_a^3 b}{(\log_a b + \log_b a + 1) \log_a \frac{a}{b}}$;

ж) $\left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{1}{x^2-4y^2} ; \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2}$.

3. Доказать справедливость выражения: $(4^n + 15n - 1) \div 9$.

4. Освободиться от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[6]{6} + \sqrt[3]{9}}$;

б) $\frac{2+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}-2}$.

5. Сравнить числа a и b , если:

а) $a = \sqrt[4]{9 - \sqrt{15}}$; $b = \sqrt{\frac{\sqrt{30} - \sqrt{2}}{2}}$;

б) $a = \sqrt[4]{79 - \sqrt[3]{26}}$; $b = \sqrt[4]{84 - \sqrt[3]{28}}$.

6. Вычислить:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \log_5 3,38, \text{ если} & \lg 2 = a, \\ & \lg 13 = b. \\ \text{б) } \log_2 360, \text{ если} & \lg_3 20 = a, \\ & \lg_3 15 = b. \end{array}$$

7. Выполните действия:

$$\text{а) } 1,3 + 1,6 \cdot \left(1\frac{2}{3} : 2,5 - 2\right);$$

$$\text{б) } 12\frac{3}{7} : \left(1\frac{8}{15} + 0,25 - 3\frac{1}{30} - 1\frac{3}{4}\right);$$

$$\text{в) } \frac{\left(1\frac{1}{12} + 2\frac{5}{32} + \frac{1}{24}\right) \cdot 9\frac{3}{5} + 2,13}{0,4};$$

$$\text{г) } \left(20\frac{4}{5} + 1\frac{5}{12} - 0,8 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{6};$$

$$\text{д) } \left(1\frac{2}{3} \cdot 2,1 - 4\right) : 1\frac{2}{3} - \frac{1}{6}.$$

2. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

1. Решите уравнение:

$$\text{а) } 3\sin x = 2\cos x;$$

$$\text{б) } \sin 2x + \operatorname{tg} x = 2;$$

$$\text{в) } \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0;$$

$$\text{г) } \cos x = \frac{\operatorname{tg}^x}{1 + \operatorname{tg}^2 x};$$

$$\text{д) } 2 \arcsin x = \arccos 2x.$$

2. Решите неравенства:

$$\text{а) } \sqrt{3\sin 2x + \cos 2x} < 1;$$

$$\text{б) } \cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x < -\sqrt{2};$$

$$\text{в) } \log_{|x-4|} (2x^2 - 9x + 4) > 1;$$

$$\text{г) } \log_x (x+1) < \log_{\frac{1}{x}} (2-x);$$

$$\text{д) } \sqrt{9^x - 3^{x+2}} > 3^x - 9;$$

$$\text{е) } \sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} > a;$$

$$\text{ж) } \sqrt{3x^2 + 5x + 7} - \sqrt{3x^2 + 5x + 2} > 1;$$

$$\text{з) } \left| |2x+1| - 5 \right| > 3;$$

$$\text{и) } \left| |x-3| + 1 \right| \geq 2;$$

$$\text{к) } 2^{2x} \cdot 9^x - 2 \cdot 6^{3x-1} + 4^{2x-1} \cdot 3^{4x-2} = 0;$$

$$\text{л) } \frac{\lg(35 - x^3)}{\lg(5 - x)} = 3;$$

$$\text{м) } 25 \cdot 2^x - 10^x + 5^x > 25;$$

$$\text{н) } (x - 3)\sqrt{x^2 - 4} \leq x^2 - 9.$$

3. Решить систему уравнений и неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3}, \\ \frac{\sin x}{\cos y} = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sin \frac{2}{3}x \geq -\frac{1}{2}, \\ \cos \frac{x}{4} \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \sqrt{2x - y + 11} - \sqrt{3x + y - 9} = 3, \\ \sqrt[4]{2x - y + 11} + \sqrt[4]{3x + y - 9} = 3; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2^x \cdot 4^y = 32, \\ \lg(x - y)^2 = 2 \lg 2. \end{cases}$$

4. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 7 и в остатке 6. Если же это двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 3, а в остатке число, равное сумме цифр исходного числа. Найдите исходное двузначное число.

5. Найдите трехзначное число, цифры которого образуют геометрическую прогрессию. Если из этого числа вычесть 792, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Если из цифры, выражающей число сотен, вычесть 4, а остальные цифры искомого числа оставить без изменения, то получится число, цифры которого образуют арифметическую прогрессию.

6. Решите уравнение и сделайте проверку. Если имеются посторонние корни, то выясните причину их появления.

$$\text{а) } \frac{b}{x^2 - 1} - \frac{2}{x - 1} = 2 \frac{x + 4}{x - 1}.$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + 4xy - 2y^2 = 5(x + y), \\ 5x^2 - xy + y^2 = 7(x + y). \end{cases}$$

3. Функции и их свойства

1. Исследовать функцию и построить график:

$$\text{а) } y = \frac{2x}{x^2 + 1};$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1-x)^2}$$

2. Выясните свойства функции, построив график:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & \text{если } x < -2, \\ -2x, & \text{если } -2 < x < 2, \\ -\frac{8}{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

3. Найдите область определения функций:

а) $m = \sqrt{2-x}$; б) $h = 4x^2 + 4x - 5$; в) $k = \frac{5+2x}{x^2-7x}$;

г) $s = \frac{x^2-4}{(x+3)(x-1)}$; д) $y = \frac{2,4k+35}{\sqrt{k^2-2k+4}}$.

4. Постройте график функции, заданной формулой:

а) $y = \frac{1}{2}(10-x)$, где $-2 \leq x \leq 6$;

б) $y = (x-1)(x+1)$, где $-3 \leq x \leq 4$.

Определить участки возрастания, убывания функции.

5. Постройте график функции: $f(x) = 5 - x^2 + x$ и найдите, используя график функции:

а) $f(-2)$; $f(4)$;

б) значение x , при котором $f(x) = 8$; $6,5$;

в) нули функции;

г) промежутки возрастания, убывания функции, наименьшее значение функции.

6. Постройте график функции: $y = x^2 - 4$;

а) найдите: $y(-2)$, $y(4, 2)$;

б) принадлежит ли графику функции точка: $A(-5; 20)$, $B(3,5; 8,25)$?

в) найдите нули функции;

г) найдите промежутки, в которых $y > 0$, $y < 0$;

д) найдите по графику значение аргумента, если значение функции равно $-5,5$; 3 .

7. При каких значениях k и b гипербола $y = \frac{k}{b}$ и прямая $y = kx + b$ проходят через точку: а) $P(2; 1)$; б) $Q(-2; 3)$; в) $R(-1; 1)$?

4. Текстовые задачи

1. На ремонт физкультурного зала было израсходовано 44 кг краски, что составляет 20% всей краски, отпущенной департаментом образования на

ремонт школы. Сколько килограммов краски закупил департамент, если школе было отпущено 12,5% купленной краски?

2. С угольного склада вывезли в первый день $12,8$ т угля, во второй - 75% того, что вывезли в первый день, а в третий день – в полтора раза меньше того, что вывезли во второй день. Количество угля, вывезенного за три дня, составило 16% всего угля, бывшего на складе. Сколько угля было первоначально на складе?

3. Площадь прямоугольника с основанием x сантиметров равна 6 кв.см. Какова высота у этого прямоугольника? Выясните, какая зависимость существует между величинами, данными в задаче? Постройте график функции при условии, что основание прямоугольника не превышает 4 см.

4. Типография израсходовала за 2 дня 60% всей полученной бумаги. Причем, во второй день было израсходовано бумаги в $1\frac{1}{5}$ раза больше, чем в первый день. Сколько бумаги израсходовала типография в первый день, если было получено $6\frac{3}{5}$ т бумаги?

5. Задачи по планиметрии

1. Показать, что середины сторон ромба служат вершинами прямоугольника, а середины сторон прямоугольника – вершинами ромба.
2. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу в отношении 2:3. Найти отношение каждого из катетов к гипотенузе.
3. Доказать, что параллелограмм, имеющий равные высоты – ромб.
4. Стороны треугольника равны 13, 14, 15. Найти проекцию каждой из них на две остальные.
5. Точка, взятая на гипотенузе прямоугольного треугольника и одинаково удаленная от его катетов, делит гипотенузу на отрезки, длины которых равны 40 и 30 см. Найти катеты треугольника.
6. В равнобедренном треугольнике, основание которого a , а угол при основании α , вписана окружность. Кроме того, построена вторая окружность, касающаяся боковых сторон треугольника и первой окружности. Найти радиус второй окружности.

7. Радиус описанной около прямоугольного треугольника окружности, вписанной в этот треугольник, как 5:2. Найти острые углы треугольника.
8. В прямоугольном треугольнике биссектриса одного из острых углов равна $\frac{c\sqrt{3}}{3}$. Найти катеты, если гипотенуза равна c .
9. В окружность вписан равнобедренный треугольник, основание которого a . Кроме того построена вторая окружность, касающаяся первой окружности и основания треугольника, причем точка касания является серединой основания. Найти радиус второй окружности.
10. Центр вписанной и описанной окружности симметричны относительно одной из сторон треугольника. Найти углы треугольника.

6. Задачи по стереометрии

1. В прямом параллелепипеде острый угол основания равен α , а одна из сторон основания равна a . Сечение, проведенное через эту сторону и противоположное ребро верхнего основания, имеет площадь Q , и плоскость его наклонена к плоскости основания под углом β . Найти объем и полную поверхность параллелепипеда.
2. Найти объем и поверхность шара, описанного около правильного тетраэдра с ребром, равным a .
3. Основанием наклонной треугольной призмы служит равнобедренный прямоугольный треугольник, а проекция одного из боковых ребер на плоскость основания совпадает с медианой m одного из катетов треугольника. Найти угол наклона боковых ребер к плоскости основания, если объем призмы равен 9.
4. Отношение объема шара, к объему вписанного в него цилиндра равно $16/9$. Определить угол между диагональю осевого сечения цилиндра и его осью.
5. Осевым сечением цилиндра является квадрат, а осевым сечением конуса – правильный треугольник, равновеликий квадрату. Найдите отношение объемов цилиндра и конуса.
6. Найдите объем шара, вписанного в усеченный конус, образующая которого равна 10 и наклонена к плоскости основания под углом 45° .

7. В правильной треугольной пирамиде задан угол α между высотой и боковым ребром пирамиды. Найдите отношение квадрата апофемы боковой грани и боковой поверхности пирамиды.
8. Объем правильной треугольной призмы равен V , угол между диагоналями двух граней, проведенными из одной и той же вершины, равен α . Найдите сторону основания призмы.
9. Найдите объем конуса, разверткой которого является полукруг радиусом R .
10. В конус вписан шар. Радиус шара относится к радиусу основания конуса как $1:\sqrt{3}$. Определите угол при вершине конуса.

Учебно-методическое и информационное обеспечение

Литература (основная)

1. Алгебра. Базовый курс с решениями и указаниями (ЕГЭ, олимпиады, экзамены в вуз). Учебно-методическое пособие / Золотарёва Н. Д., Попов Ю.А., Семендяева Н. Л., Федотов М. В. - М.: Фойлис, 2013. - 568 с: ил.
2. Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями: Учебно-методическое пособие / Золотарёва Н.Д., Попов Ю.А., Сазонов В.В., Семендяева Н.Л., Федотов М.В.; Под ред. М.В. Федотова. — М.: Издательство Московского университета, 2012. — 538 с.
3. Бачурин, В. А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 712 с.
4. Бочков, Б.Г., Рубинский, Б.Д. Математика для абитуриентов: Учебное пособие. 6 исправленное издание — М.: МГУИЭ, 2006. — 264 с.
5. Быков, А.А. Сборник задач по математике для поступающих в вузы в двух частях. ГУ ВШЭ Москва 2012.
6. Гусева К.С. ЕГЭ. Математика: Теоретические материалы. – СПб. Тригон, 2013. – 120 с.
7. Дыбов, П. Т., Осколков, В. А. Задачи по математике (с указаниями и решениями). — М.: ООО «Издательство Оникс», 2013. — 464 с: ил. — (Поступающим в вузы).
8. Математика. Сборник задач по базовому курсу (ЕГЭ, олимпиады, экзамены в вуз). Учебно-методическое пособие / Золотарёва Н. Д., Попов Ю. А., Семендяева Н. Л., Федотов М. В. - М.: Фойлис, 2010. - 236 с: ил.
9. Геометрия. Базовый курс с решениями и указаниями. (ЕГЭ, олимпиады, экзамены в вуз): Учебно-методическое пособие / Золотарёва Н. Д., Семендяева Н. Л., Федотов М. В. - М: Изд-во Фойлис, 2012. - 296 стр.: ил.

